**Министерство образования и науки РФ**
**Совет ректоров вузов Томской области**
**Открытая региональная межвузовская олимпиада**
**2012-2013**

**ФИЗИКА**
**11 класс**
**II этап**

ВАРИАНТ 1

1. Для хранения нефтепродуктов на Томском нефтехимическом комбинате используют большие цистерны. В дне такого нефтяного бака имеется отверстие, заделанное цилиндрической пробкой. До какой предельной высоты можно наливать в этот бак нефть, чтобы выдавить пробку наружу, если для этого достаточно приложить силу 16 Н? Площадь пробки 10 см$^2$, плотность нефти 800 кг/м$^3$.

**Решение:**

Атмосферное давление в этом случае учитывать не нужно, так как оно действует на пробку со всех сторон и не участвует в ее выдавливании. Предельную высоту найдем из условия, что сила давления, создаваемая столбом нефти, будет достаточной для выдавливания пробки

$$F = pS = \rho g h S,$$

Откуда

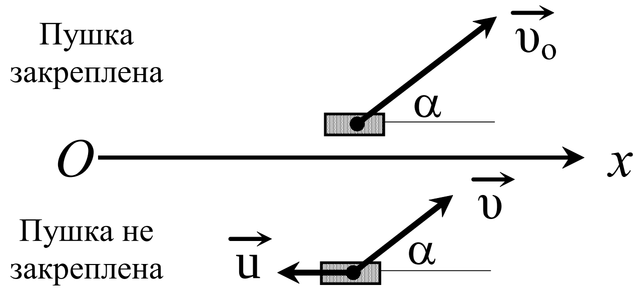
$$H = F/\rho g S = 2 \text{ м}.$$

**Ответ:** 2 м.

2. Ствол пушки направлен под углом $\alpha$ = 45° к горизонту. Когда колеса пушки закреплены, скорость снаряда, масса которого в $n$ = 50 раз меньше массы пушки, равна $\upsilon_о$ = 180 м/с. Найдите скорость пушки сразу после выстрела, если ее колеса освободить.

**Решение:**

Приведен поясняющий рисунок.




По закону сохранения энергии (энергия пороховых газов переходит в кинетическую энергию тел):

$$\frac{m\upsilon_о^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{nm u^2}{2}.$$

$$\upsilon_о^2 = \upsilon^2 + n u^2. \qquad (1)$$

По закону сохранения импульса в проекции на ось $Ox$:

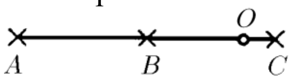
$$0 = m\upsilon \cdot \cos\alpha - nm u; \quad \upsilon \cdot \cos\alpha = n u. \qquad (2)$$

Решая систему уравнений (1) – (2), найдем:

$$u = \upsilon_о \Big/ \sqrt{\frac{n^2}{\cos^2\alpha} + n} = 2{,}53 \text{ (м/с)}.$$

**Ответ:** 2,53 м/с.

3. Три микрофона расположены на одной прямой в точках $A$, $B$, $C$, как показано на рисунке. В точке $O$, расположенной на отрезке $AC$, произошёл взрыв, звук от которого зафиксировали микрофоны в моменты времени $t_A > t_B > t_C$. Найдите отрезок $AO$, если $AB = BC = L$. В какой момент времени произошёл взрыв?




**Решение:**

1. Нам даны моменты времени, когда звук доходит до точек $A$, $B$, $C$. Пусть $t_O$ – момент взрыва. Тогда мы можем выразить отрезки $AO$, $BO$, $CO$:

$AO = v\,(t_A - t_O)$, $\quad BO = v\,(t_B - t_O)$, $\quad CO = v\,(t_C - t_O)$. (1)

2. Из рисунка видно, что

$AO = AB + BO = BO + CO + BO = 2BO + CO$. (2)

С учётом (1): $v\,(t_A - t_O) = 2\,v\,(t_B - t_O) + v\,(t_C - t_O)$,

$t_A - t_O = 2\,t_B - 2\,t_O + t_C - t_O$,

$2\,t_O = 2\,t_B + t_C - t_A$,

$$\boxed{t_O = t_B + \frac{t_C - t_A}{2} = t_B - \frac{t_A - t_C}{2}} \qquad (3)$$

3. Из рисунка видно, что

$AO = AB + BO = L + v\,(t_B - t_O)$. (4)

Выразим скорость через $AO$ из (1): $v = AO / (t_A - t_O)$,

и подставим в (4): $\quad AO = L + AO\dfrac{t_B - t_O}{t_A - t_O}$, $\qquad AO\left(1 - \dfrac{t_B - t_O}{t_A - t_O}\right) = L$,

$$AO\left(\frac{t_A - t_O - t_B + t_O}{t_A - t_O}\right) = L, \qquad AO\left(\frac{t_A - t_B}{t_A - t_O}\right) = L, \qquad AO = L\left(\frac{t_A - t_O}{t_A - t_B}\right).$$

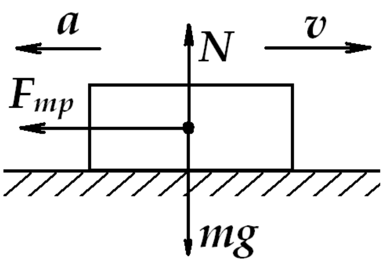
Используя (3), получим:

$$\boxed{AO = L\left(\frac{t_A - t_B + \dfrac{t_A - t_C}{2}}{t_A - t_B}\right) = L\left(\frac{2t_A - 2t_B + t_A - t_C}{2(t_A - t_B)}\right) = L\left(\frac{3t_A - 2t_B - t_C}{2(t_A - t_B)}\right)}$$

**Ответ:** $AO = L\left(\dfrac{3t_A - 2t_B - t_C}{2(t_A - t_B)}\right)$, $\qquad \boxed{t_O = t_B + \dfrac{t_C - t_A}{2} = t_B - \dfrac{t_A - t_C}{2}}$

4. Коэффициент трения между колёсами и дорогой на необледеневшем участке шоссе в $\boldsymbol{N}$ раз больше, чем на обледеневшем. Во сколько раз нужно уменьшить скорость автомобиля, чтобы тормозной путь на обоих участках шоссе был одинаков.

**Решение:**




1. Рассмотрим силы, действующие на тормозящий автомобиль (см. рис.).

Основной закон динамики поступательного движения (II закон Ньютона):

$$\overline{F}_{тр} + \overline{N} + m\overline{g} = m\overline{a}$$

Очевидно, что $N = mg$. Тогда, сила трения $F_{тр} = \mu N = \mu mg$. Из горизонтальной проекции основного закона динамики поступательного движения получаем: $F_{тр} = ma$, откуда

$$a = \mu g$$

Тогда, для первого и второго случаев торможения:

$$a_1 = \mu_1 g \qquad\qquad a_2 = \mu_2 g.$$

Откуда находим: $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{\mu_1}{\mu_2} = N$. (1)

2. Рассмотрим кинематику движения тормозящего автомобиля.

Законы кинематики, согласно которым изменяются пройденный путь и скорость, выглядят следующим образом:

$$l(t) = v_0 t - \frac{at}{2},\quad v(t) = v_0 - at \text{ (В случае остановки } v(t) = 0)$$

Выражая ускорение через начальную скорость и время, и подставляя в выражение для пройденного пути, получим

$$l(t) = \frac{v_0 t}{2} \qquad\qquad a = v_0/t$$

Тогда, для первого и второго случаев торможения:

$$l_1 = \frac{v_{01}t_1}{2}, \qquad l_2 = \frac{v_{02}t_2}{2}, \tag{2}$$

$$a_1 = v_{01}/t_1, \qquad a_2 = v_{02}/t_2. \tag{3}$$

Учитывая $l_1 = l_2$, из (2) получаем: $v_{01}t_1 = v_{02}t_2$ или $\dfrac{v_{01}}{v_{02}} = \dfrac{t_2}{t_1}$. (4)

Учитывая (1) и (3), получим: $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{v_{01}}{v_{02}} \cdot \dfrac{t_2}{t_1} = N$. Откуда выразим $\dfrac{t_2}{t_1} = \dfrac{v_{02}}{v_{01}} \cdot N$.

Подставив в (4), выражаем отношение скоростей:

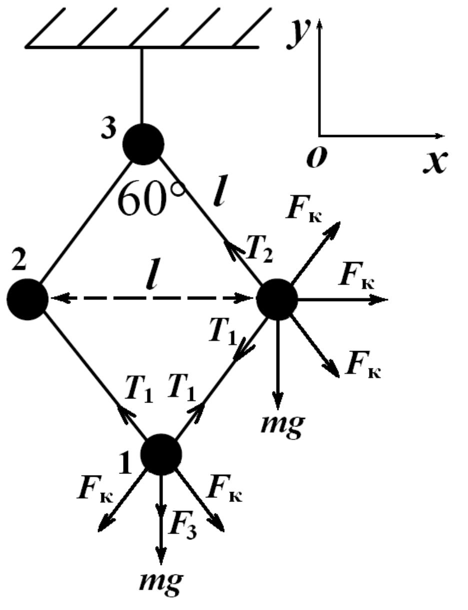
$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{v_{02}}{v_{01}} \cdot N, \qquad \left(\frac{v_{01}}{v_{02}}\right)^2 = N, \qquad \boxed{\frac{v_{01}}{v_{02}} = \sqrt{N}}$$

**Ответ:** В $\sqrt{N}$ раз

6. Четыре небольших одинаково заряженных бусинки массой $m$ каждая соединили четырьмя одинаковыми непроводящими нитями и подвесили за одну из бусинок, при этом нити, идущие от точки подвеса, образовали угол 60°. Определите силы натяжения нитей.

**Решение:**

Очевидно, что в силу симметрии необходимо рассмотреть только силы, действующие на нижнюю и одну боковую бусинку. Пусть заряды бусинок $q$, сила натяжения верхних нитей $T_2$, нижних – $T_1$, длина каждой из нитей $l$.




**Так как угол между нитями в точке подвеса равен 60°, то расстояние между «боковыми» бусинками равно длине нити (см. рис).**

Условие равновесия для бокового заряда в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси имеет вид:

OX: $(T_1 + T_2)\cos 60^\circ = (2\cos 60^\circ + 1)k\dfrac{q^2}{l^2}$

OY: $(T_2 - T_1)\cos 30^\circ = mg$

Подставляя числовые значения, имеем

$$T_1 + T_2 = 4k\frac{q^2}{l^2} \tag{1}$$

$$T_2 - T_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} mg \qquad (2)$$

Для нижнего заряда в силу симметрии системы полезный результат даст только проекция условия равновесия на вертикальную ось:

$$2T_1 \cos 30^\circ = mg + 2k\frac{q^2}{l^2}\cos 30^\circ + k\frac{q^2}{(2l\cos 30^\circ)^2}$$

После подстановки числовых данных, имеем

$$T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + k\frac{q^2}{l^2}\left(1 + \frac{1}{3\sqrt{3}}\right) \qquad (3)$$

Т.о., имеем систему из трех уравнений с тремя неизвестными: $T_1$, $T_2$ и $kq^2/l^2$.

Выражаем из (1): $k\dfrac{q^2}{l^2} = \dfrac{T_1 + T_2}{4}$.

Подставим в (3): $T_1 = \dfrac{mg}{\sqrt{3}} + \dfrac{T_1 + T_2}{4}\left(1 + \dfrac{1}{3\sqrt{3}}\right)$. Решаем это равенство совместно с (2) $T_2 = \dfrac{2}{\sqrt{3}} mg + T_1$, выражаем $T_1$:

$$4T_1 = \frac{4mg}{\sqrt{3}} + (T_1 + T_2)\left(1 + \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)$$

$$4T_1 = \frac{4mg}{\sqrt{3}} + (T_1 + \frac{2}{\sqrt{3}} mg + T_1)\left(1 + \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)$$

$$4T_1 - 2T_1 - \frac{2}{3\sqrt{3}} T_1 = mg\left(\frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}\right)$$

$$2T_1\left(\frac{3\sqrt{3} - 1}{3\sqrt{3}}\right) = 2mg\left(\frac{3\cdot 3\sqrt{3} + 1}{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}\right)$$

$$\boxed{T_1 = mg\left(\frac{3\cdot 3\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}\cdot(3\sqrt{3} - 1)}\right) = mg\left(\frac{9\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}\cdot(3\sqrt{3} - 1)}\right)}$$

Учтём, что $T_2 = \dfrac{2}{\sqrt{3}} mg + T_1$. Тогда:

$$\boxed{\begin{aligned} T_2 &= \frac{2}{\sqrt{3}} mg + mg\left(\frac{9\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}\cdot(3\sqrt{3} - 1)}\right) = mg\left(\frac{9\sqrt{3} + 1 + 6\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}\cdot(3\sqrt{3} - 1)}\right) \\ &= mg\left(\frac{15\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}\cdot(3\sqrt{3} - 1)}\right) \end{aligned}}$$

Тогда находим искомые величины сил натяжения нижних и верхних нитей:

**Ответ:** $\boxed{T_1 = mg\left(\dfrac{9\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}\cdot(3\sqrt{3} - 1)}\right)}$, $\boxed{T_2 = mg\left(\dfrac{15\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}\cdot(3\sqrt{3} - 1)}\right)}$

7. Баллон вместимостью 50 литров наполнили воздухом при 27° С до давления 10 МПа. Какой объём воды можно вытеснить из цистерны подводной лодки воздухом этого баллона, если вытеснение производится на глубине 40 метров? Температура воздуха после расширения 3 С. (Атмосферное давление $10^5$ Па, плотность воды $10^3$ кг/м$^3$, ускорение свободного падения считать равным 10 м/с$^2$)

**Решение:**

Введём следующие обозначения: $\nu_1$ – количество воздуха в баллоне изначально, $\nu_2$ – количество воздуха в баллоне, после того, как часть воздуха вышла, $\nu_3$ – количество вышедшего из баллона воздуха. Тогда, $\nu_1 = \nu_2 + \nu_3$. (1)

Начальное давление воздуха в баллоне – $P_1$. Давление оставшегося в баллоне воздуха $P_2$, давление воздуха в цистерне с водой – $P_3$, давление воды на глубине $h$ – $P_4$. Учтём, что при установлении равновесия давления $P_2 = P_3 = P_4$. (2)

Давление $P_4 = P_{\text{а}} + \rho g h$, где $P_{\text{а}}$ – атмосферное давление.

$V$ – объём баллона, $V_{\text{в}}$ – объём воздуха в цистерне с водой или объём вытесненной воды.

$T$ – температура воздуха в баллоне, $T_{\text{в}}$ – температура воздуха в цистерне с водой.

1. Рассмотрим уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона) для воздуха в баллоне до и после выпускания части воздуха (температуру воздуха в баллоне считаем постоянной):

$$P_1 V = \nu_1 R T, \qquad P_2 V = \nu_2 R T.$$

Отсюда находим: $\dfrac{\nu_1}{\nu_2} = \dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{P_1}{P_{\text{а}} + \rho g h}, \qquad \nu_1 = \nu_2 \cdot \dfrac{P_1}{P_{\text{а}} + \rho g h}$ (3)

2. Рассмотрим уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона) для воздуха в баллоне и в цистерне с водой:

$$P_2 V = \nu_2 R T, \qquad P_3 V_{\text{в}} = \nu_3 R T_{\text{в}}.$$

Учитывая (2), получим $\dfrac{\nu_2 R T}{V} = \dfrac{\nu_3 R T_{\text{в}}}{V_{\text{в}}}$. Отсюда:

$$V_{\text{в}} = V \frac{\nu_3 T_{\text{в}}}{\nu_2 T}$$

Учитывая (1) и (3):

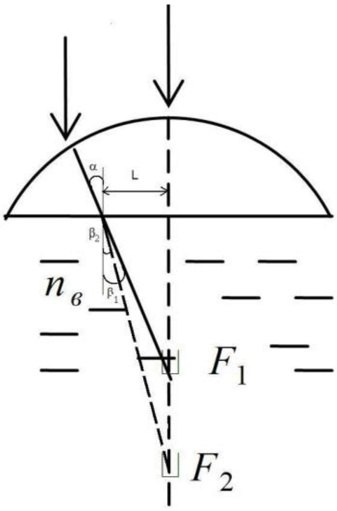
$$V_{\text{в}} = V \cdot \frac{(\nu_1 - \nu_2)}{\nu_2} \cdot \frac{T_{\text{в}}}{T} = V \cdot \left( \frac{\nu_1}{\nu_2} - 1 \right) \cdot \frac{T_{\text{в}}}{T} = .$$

$$= V \cdot \left( \frac{P_1}{P_{\text{а}} + \rho g h} - 1 \right) \cdot \frac{T_{\text{в}}}{T}$$

Т.о. $\boxed{V_{\text{в}} = V \cdot \left( \dfrac{P_1}{P_{\text{а}} + \rho g h} - 1 \right) \cdot \dfrac{T_{\text{в}}}{T}}$. Подставив численные данные, получим

**Ответ: $V_{\text{в}}$ = 889 литров (g =9,8 м/с )**
**$V_{\text{в}}$ = 874 литра (g =10 м/с )**

8. Плоско-выпуклая линза с фокусным расстоянием $F_1 = 10\,см$ погружена плоской поверхностью в воду так, что сферическая поверхность линзы находится в воздухе. Перпендикулярно к поверхности воды падают параллельные лучи света. На каком расстоянии $F_2$ от плоской поверхности линзы фокусируются световые лучи? Показатель преломления воды $n_в = 1{,}33$. Диаметр линзы много меньше её фокусного расстояния.




**Решение:**

Пусть луч выходит из линзы на расстоянии L от оптической оси. Для такого луча закон преломления в воздухе запишется

$$\sin\alpha/\sin\beta_1 = 1/n_{стекла}, \text{ где } \mathrm{tg}\,\beta_1 = L/F_1.$$

Для луча, выходящего в воду получим

$$\sin\alpha/\sin\beta_2 = n_{воды}/n_{стекла}, \text{ где } \mathrm{tg}\,\beta_2 = L/F_2.$$

из приведенных выше формул получим

$$\sin\beta_1/\sin\beta_2 = n_{воды},$$

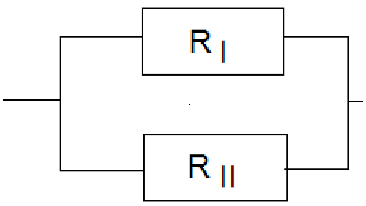
$$F_2 = F_1 n_{воды} = 13{,}3 \text{ см} = 0{,}133 \text{ м}$$

**Ответ:** 0,133 м

5. Как надо соединить четыре проводника с сопротивлениями $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом и $R_4 = 4$ Ом, чтобы получить сопротивление $R = 2{,}5$ Ом.

**Решение:**

Очевидно, что последовательное и параллельное соединения в чистом виде не дают искомого результата. Рассмотрим вариант последовательно-параллельного соединения.




Где $R_I$, $R_{II}$ – различные комбинации сопротивлений $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$

$$R_{общее} = R_I R_{II}/(R_I + R_{II})$$

При любой комбинации $R_1$ , $R_2$ , $R_3$ , $R_4$

$$R_I + R_{II} = 10 \text{ Ом.}$$

Следовательно, $R_I\ R_{II}$ должно быть равно 25. Это возможно только в случае

$$R_I = R_{II} = 5, \text{ т.е.}$$

$$R_I = R_1 + R_4, \text{ а } R_{II} = R_2 + R_3$$

Тогда итоговая схема выглядит следующим образом: